Fiche méthodologique-Effectuer une analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle permet de déterminer la dimension d'une grandeur et donc d'en déduire son unité. Elle permet également de vérifier l'exactitude d'une formule.

1. Le système international d'unités (S.I)

Le système international d'unités définit 7 unités de base associées à 7 grandeurs de base. Toutes les autres unités, appelées unités dérivées, peuvent s'exprimer comme une combinaison de ces unités de base.

Grandeur de base	Unité de base	Symbole
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
Courant électrique	ampère	A
température	kelvin	K
Quantité de matière	mole	Mol
Intensité lumineuse	candela	cd

2. Dimension d'une grandeur

• Par convention, toutes les grandeurs sont organisées selon un système de dimensions. Chacune des sept grandeurs de base a sa propre dimension, représentée symboliquement par une lettre majuscule.

Grandeur de base	Symbole de la dimension
Longueur	L
Masse	M
Temps	T
Courant électrique	I
température	ϴ
Quantité de matière	N
Intensité lumineuse	J

• Toutes les autres grandeurs sont des grandeurs dérivées. Les dimensions des grandeurs dérivées se déterminent à partir des dimensions des sept grandeurs de base et des équations de la physique.

• La dimension d'une grandeur G se note entre crochets : [G]. Si [G]=1, la grandeur G est sans dimension.

Exemple : *on cherche à déterminer la dimension d'une vitesse.*

$V=\dfrac{d}{\Delta t}$ avec
V, vitesse
d, distance parcourue
Δt, temps mis pour parcourir la distance d

On a alors : $[V]=\dfrac{[d]}{[\Delta t]}=\dfrac{L}{T}=L.T^{-1}$.

3. De la dimension à l'unité

• On peut déterminer l'unité de n'importe quelle grandeur simplement à partir de sa dimension.

Exemple : *pour déterminer l'unité d'une force F dans le Système international, on détermine sa dimension [F] à l'aide d'une équation de la physique : P=m.g.*

$[F]=[P]=[m].[g]=M.L.T^{-2}$

On en déduit que l'unité d'une force dans le Système international est le kilogramme-mètre par seconde au carré ($kg.m.s^{-2}$).

• Certaines unités dérivées portent un autre nom. Une force s'exprime en newton, par exemple.

grandeur	dimension	Unité (SI)	Autre nom
Force	$M.L.T^{-2}$	$kg.m.s^{-2}$	Newton (N)
Fréquence	T^{-1}	s^{-1}	Hertz (Hz)
Pression	$M.L^{-1}.T^{-2}$	$kg.m^{-1}.s^{-1}$	Pascal (Pa)
Energie	$M.L^{2}.T^{-2}$	$kg.m^{2}.s^{-2}$	Joule (J)
Puissance	$M.L^{2}.T^{-3}$	$kg.m^{2}.s^{-3}$	Watt (W)
Charge électrique	I.T	A.s	Coulomb (C)
Tension électrique	$M.L^{2}.T^{-3}.I^{-1}$	$kg.m^{2}.s^{-3}.A^{-1}$	Volt (V)
Résistance électrique	$M.L^{2}.T^{-3}.I^{-2}$	$kg.m^{2}.s^{-3}.A^{-2}$	Ohm (Ω)

4. Analyse dimensionnelle à partir d'une formule

Faire l'analyse dimensionnelle d'une relation consiste à remplacer, dans la relation, chaque lettre symbolisant une grandeur par la dimension de cette grandeur.

Les dimensions des grandeurs respectent les règles de calculs suivantes :

→la dimension d'une grandeur est obtenue à partir des relations entre les valeurs de ces grandeurs ;

→les deux membres d'une égalité doivent avoir la même dimension ;

→les deux membres d'une somme ou d'une différence doivent avoir la même dimension ;

→la dimension d'un produit (et inversement d'un quotient) est le produit (le quotient) des dimensions de chacune des grandeurs ;

→une grandeur qui est égale au quotient de deux grandeurs qui ont la même dimension n'a pas de dimension.

<u>Exemple :</u> Vérifier l'homogénéité de la formule suivante :

$T=2\pi.\sqrt{\frac{R^3}{G.M}}$ avec T, période de révolution d'une planète, G, constante de gravitation universelle, R, rayon de l'orbite circulaire, M, masse de l'astre attracteur.

D'une part, [T]=T.

D'autre part : $[2\pi.\sqrt{\frac{R^3}{G.M}}]=\sqrt{\frac{L^3}{L^3.M^{-1}.T^{-2}.M}}=\sqrt{T^2}=T$

Cette formule est bien homogène.